

گزینی بر فرمول‌های مشتق

مضامین مشتق :

① مشتق تابع $f(x) = c$ در آن c عددی ثابت، برابر صفر است.

$$f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0$$

② مشتق $f(x) = x$ برابر ۱ است.

$$f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$$

③ اگر c عددی ثابت و تابع $f(x)$ مشتق پذیر باشد که:

$$(cf(x))' = c f'(x)$$

④ اگر $f(x)$ و $g(x)$ مشتق پذیر باشند که:

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

یعنی، مشتق مجموع (تفاضل) دو تابع، برابر است با مجموع (تفاضل) مشتق‌های آن دو تابع

نوعه ۱: مشتق مجموع تابع، برابر است با مجموع مشتق‌های آن تابع.

اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع مشتق پذیر باشند:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

میدانیم که مشتق حاصل ضرب دو تابع برابر است با مشتق اولی در دومی به علاوه مشتق دومی در اولی.

۷ اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع مشتق پذیر باشند:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$g(x) \neq 0$$

به عبارت دیگر، مشتق تقسیم دو تابع برابر است با مشتق صورت درخرج منهای مشتق مخرج درصورت ضربی در توان ۲

معمولات های مشتق

c عدد ثابت

$$① (c)' = 0$$

مثال ① $(x)' = 0$

$$② (-10)' = 0$$

$$③ (\sqrt{x})' = 0$$

$$④ (x^n)' = n x^{n-1}$$

مثال $(u^n)' = n u^{n-1} u'$

$$① (x^k)' = k x^{k-1} = k x^k$$

مثال.

$$② (\sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \left(\sqrt{x^m} \rightarrow x^{\frac{m}{2}} \right)$$

$$③ (\sqrt[k]{x^k})' = (x^{\frac{k}{k}})' = \frac{k}{k} x^{\frac{k}{k}-1} = \frac{k}{k} x^{\frac{1}{k}} = \frac{k}{k} \sqrt[k]{x}$$

$$④ \left(\frac{1}{x^a} \right)' = (x^{-a})' = -a x^{-a-1} = -a x^{-a-1} \quad \left(\frac{1}{x^m} \rightarrow x^{-m} \right)$$

(r)

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

$$((\sin x)' = \cos x \text{ (true)})$$

(1)

$$(\sin \sqrt{u})' = (\sqrt{u})' \cos(\sqrt{u}) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cos(\sqrt{u})$$

مثال

(r)

$$(\sin x^r)' = (x^r)' \cos(x^r) = r(x^{r-1}) \cos(x^r)$$

(r)

$$(\sin \sqrt{x})' = (\sqrt{x})' \cos(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos(\sqrt{x})$$

(r)

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

$$((\cos x)' = -\sin x \text{ (true)})$$

(1)

$$(\cos \sqrt{u})' = -(\sqrt{u})' \sin(\sqrt{u}) = -\frac{1}{2\sqrt{u}} \sin(\sqrt{u})$$

(r)

$$(\cos x^r)' = -(x^r)' \sin(x^r) = -r(x^{r-1}) \sin(x^r)$$

(r)

$$(\cos \sqrt{x})' = -(\sqrt{x})' \sin(\sqrt{x}) = -\frac{1}{2\sqrt{x}} \sin(\sqrt{x})$$

$$\textcircled{2} (\tan v)' = v'(1 + \tan^r v)$$

$$((\tan x)' = 1 + \tan^r x) \quad \text{Cyclical}$$

$$\textcircled{1} (\tan r_n)' = (r_n)'(1 + \tan^r r_n) = r'(1 + \tan^r r_n)$$

$$\textcircled{7} (\cot v)' = -v'(1 + \cot^r v)$$

$$((\cot x)' = -(1 + \cot^r x) \quad \text{Cyclical})$$

$$\textcircled{1} (\cot \sqrt{n})' = -(\sqrt{n})'(1 + \cot^r(\sqrt{n})) = -\frac{1}{2\sqrt{n}}(1 + \cot^r(\sqrt{n}))$$

$$\textcircled{V} (\ln v)' = \frac{v'}{v}$$

$$((\ln x)' = \frac{1}{x} \quad \text{Cyclical})$$

$$\textcircled{1} (\ln r_n)' = \frac{(r_n)'}{r_n} = \frac{r'}{r_n} = \frac{1}{n}$$

$$\textcircled{1} (\ln r_n^r)' = \frac{(r_n^r)'}{r_n^r} = \frac{r_n}{r_n^r}$$

$$(1) (e^u)' = u' e^u$$

$$((e^u)' = e^u \frac{d}{dx} u)$$

$$(1) (e^{\sqrt{x}})' = (\sqrt{x})' e^{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}}$$

$$(1) (e^{x^r})' = (x^r)' e^{x^r} = r x^{r-1} e^{x^r}$$

$$(9) (\operatorname{Arctan} u)' = \frac{u'}{1+u^2}$$

$$(\operatorname{Arctan} x)' = \frac{1}{1+x^2} \frac{d}{dx} x$$

$$(1) (\operatorname{Arctan} x^r)' = \frac{(x^r)'}{1+(x^r)^2} = \frac{r x^{r-1}}{1+x^{2r}}$$

$$(1) (\operatorname{Arctan}(\sqrt{x}))' = \frac{(\sqrt{x})'}{1+(\sqrt{x})^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1+x} \times \frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$$

$$(1) (\operatorname{Arctan}(x^r))' = \frac{(x^r)'}{1+(x^r)^2} = \frac{r x^{r-1}}{1+x^{2r}}$$

$$\textcircled{10} (\text{Arc Sin } u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} \quad |u| < 1 \quad (\text{Arc Sin } x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \text{ دیرکس })$$

$$\textcircled{1} (\text{Arc Sin } r^n)' = \frac{(r^n)'}{\sqrt{1-(r^n)^2}} = \frac{r^n}{\sqrt{1-a^2 x^2}}$$

$$\textcircled{2} (\text{Arc Sin } \sqrt{x})' = \frac{(\sqrt{x})'}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{1-x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{1-x})}$$

مثال ۳

$$\textcircled{1} ((r^n)(r^n)^r)' = (r^n)'(r^n)^r + (r^n)^r(r^n)' = r(r^n)^r + 1rx^r(r^n)$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} ((r^n)^r + 1)(\sqrt[n]{x^r} + r)' &= (r^n)^r + 1 \left(\sqrt[n]{x^r} + r \right)' (r^n)^r + 1 \\ &= (r^n + 0) \left(\sqrt[n]{x^r} + r \right) + \left(\frac{r}{n} x^{\frac{r}{n}-1} \right) (r^n + 1) \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \left(\frac{r^n}{r^n + 1} \right)' = \frac{(r^n)'(r^n + 1) - (r^n + 1)'(r^n)}{(r^n + 1)^2} = \frac{r(r^n + 1) - r(r^n)}{(r^n + 1)^2}$$

$$\textcircled{6} \quad y' = \left(\frac{1}{r_n - \sqrt{n}} \right)' = \frac{(1)'(r_n - \sqrt{n}) - (r_n - \sqrt{n})'(1)}{(r_n - \sqrt{n})^2} = \frac{0(r_n - \sqrt{n}) - (r - \frac{1}{r\sqrt{n}})}{(r_n - \sqrt{n})^2}$$

$$\textcircled{5} \quad (\sqrt{n} + \frac{1}{\sqrt{n}} + r)' = (\sqrt{n} + (\sqrt{n})^{-1} + r)' = (n^{\frac{1}{2}} + n^{-\frac{1}{2}} + r)' = \frac{1}{2}n^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}n^{-\frac{3}{2}} + 0$$

$$\textcircled{7} \quad (r(r_n - 1)^r + r_n)' = (r(r_n - 1)^r)' + (r_n)' = \left[(r)'(r_n - 1)^r + r(r_n - 1)^{r-1}(r_n - 1)' \right] + r \\ = 0 + r(r)(r_n - 1)^{r-1}(r) + r$$

$$\textcircled{2} \quad (x \sin^r r_n)' = (r_n)'(\sin^r r_n) + (\sin^r r_n)'x = (1)\sin^r r_n + (r_n)'(r)\cos(r_n)\sin^{r-1} r_n \\ = \sin^r r_n + r_n \cos r_n \sin^{r-1} r_n$$

$$\textcircled{1} \quad (\text{Arc Sin } r_n + \text{Arc tan } \sqrt{n} + e^{r_n})' = \frac{(r_n)'}{\sqrt{1 - (r_n)^2}} + \frac{(\sqrt{n})'}{1 + (\sqrt{n})^2} + (r_n)'e^{r_n} \\ = \frac{r}{\sqrt{1 - a_n^2}} + \frac{\frac{1}{r\sqrt{n}}}{1 + n} + r e^{r_n}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{9} \quad (x^r e^{\sqrt{x}})' &= (x^r)' e^{\sqrt{x}} + (e^{\sqrt{x}})' (x^r) = (x^r)' e^{\sqrt{x}} + (\sqrt{x})' e^{\sqrt{x}} (x^r) \\ &= r x e^{\sqrt{x}} + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) e^{\sqrt{x}} x^r \end{aligned}$$

$$\textcircled{10} \quad (x \operatorname{Arctan} x)' = (x)' \operatorname{Arctan} x + (\operatorname{Arctan} x)' x = (1) \operatorname{Arctan} x + \left(\frac{1}{1+x^2}\right)$$

$$\textcircled{11} \quad (x^r \ln x)' = (x^r)' \ln x + (\ln x)' (x^r) = r x \ln x + \left(\frac{1}{x}\right) (x^r)$$

$$\textcircled{12} \quad ((\partial x^r - r x)^r)' = r (\partial x^r - r x)' (\partial x^r - r x)^{r-1} = r (\ln x - r x) (\partial x^r - r x)$$

$$\begin{aligned} \textcircled{13} \quad (\sin^r x)' &= r (\sin^r x)^{r-1} \sin x = r (\sin x)^{r-1} \sin x \\ &= r (\sin x)^{r-2} \cos x \sin x = r \cos x \sin^{r-1} x \end{aligned}$$